

## Задачи раздела «Электричество и магнетизм»

1. Система состоит из тонкого кольца, по которому равномерно распределен заряд  $q$ , и очень длинной равномерно заряженной нити, расположенной по оси кольца так, что один из её концов совпадает с центром кольца. На единицу длины нити приходится заряд  $\gamma$ . Найти силу взаимодействия кольца и нити.

$$\text{Ответ: } F = \frac{q\gamma}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

2. Внутри шара, заряженного равномерно с объёмной плотностью  $\rho$ , имеется сферическая полость. Центр полости смещен относительно центра шара на величину  $\mathbf{a}$ . Найти напряженность поля внутри полости, считая относительную диэлектрическую проницаемость шара равной единице.

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \mathbf{a}.$$

3. Точечный диполь с электрическим моментом  $\mathbf{p}$  находится на расстоянии  $h$  от бесконечной проводящей плоскости. Найти модуль вектора силы, действующей на диполь, если вектор  $\mathbf{p}$  перпендикулярен плоскости.

$$\text{Ответ: } F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p^2}{8h^4}.$$

4. Пространство между двумя концентрическими проводящими сферами заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ , внешнее пространство - диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ . Внутренняя сфера с радиусом  $R_1$  заземлена, внешняя сфера с радиусом  $R_2$  несет заряд  $+Q$ . Определить плотность поляризованного заряда  $\sigma'_2$  на границе внешнего диэлектрика.

$$\text{Ответ: } \sigma'_2 = -\frac{\epsilon_2 - 1}{\epsilon_2 R_2 + (\epsilon_1 - \epsilon_2) R_1} \frac{(R_2 - R_1) Q}{4\pi R_2^2}.$$

5. Точечный заряд  $q$  находится в вакууме на расстоянии  $h$  от плоской поверхности однородного изотропного диэлектрика, заполняющего всё полупространство. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика равна  $\epsilon$ . Найти поверхностную плотность связанных зарядов в произвольной точке границы диэлектрика.

$$\text{Ответ: } \sigma = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} \frac{qh}{2\pi(h^2 + x^2)^{3/2}}.$$

6. Три концентрические сферы имеют радиусы  $R_1 < R_2 < R_3$ . Сферы с радиусами  $R_1$  и  $R_3$  несут заряды  $+Q$  и  $-Q$  соответственно. Сфера с радиусом  $R_2$  заземлена. Найти зависимости  $E(r)$  и  $\phi(r)$  и изобразить их графически.

7. Три концентрические сферы имеют радиусы  $R_1 < R_2 < R_3$ . Сфера с радиусом  $R_2$  несет заряд  $+Q$ . Сферы с радиусами  $R_1$  и  $R_3$  соединены проводником, искажающим действием которого можно пренебречь. Найти зависимости  $E(r)$  и  $\phi(r)$  и изобразить их графически.

8. Между пластинами плоского конденсатора, расположенными на расстоянии  $d$ , находятся плоский слой диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$  толщиной  $d_1$  и слой металла толщиной  $d_2$ . Разность потенциалов между обкладками конденсатора равна  $V$ . Определить плотность энергии электрического поля в диэлектрике.

$$\text{Ответ: } W = \frac{\epsilon_0 \epsilon V^2}{2\{\epsilon[d - (d_1 + d_2)] + d_2\}^2}.$$

9. Во сколько раз энергия заряда  $Q$ , распределенного равномерно по поверхности шара с радиусом  $R$ , больше (или меньше) энергии этого заряда равномерно распределенного по объёму шара того же радиуса?

$$\text{Ответ: } \eta = \frac{W_\sigma}{W_\rho} = \frac{5}{6}.$$

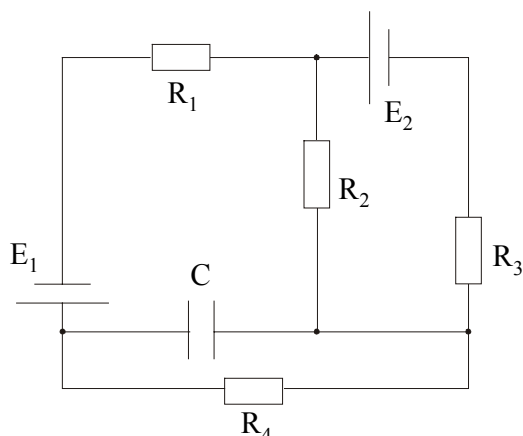
10. Найти величину и направление силы взаимодействия между двумя незаряженными проводящими сферами радиусом  $a$  каждая, помещенными в однородное электрическое поле  $E_0$ , направленное параллельно линии, соединяющей центры сфер. Расстояние между центрами сфер  $r \gg a$ .

$$\text{Ответ: } F = 6 \left( \frac{4\pi\epsilon_0 a^3 E_0}{r^2} \right)^2.$$

11. Пространство между электродами сферического конденсатора с радиусами  $R_1$  и  $R_2$  заполнено средой с удельным сопротивлением  $\rho$ . Какое количество тепла будет выделяться в единицу времени, если между электродами конденсатора поддерживается постоянная разность потенциалов  $V$ ?

$$\text{Ответ: } P = \frac{4\pi V^2 R_1 R_2}{\rho(R_2 - R_1)}.$$

12. В изображенной на схеме цепи определить заряд конденсатора с ёмкостью  $C$ .



$$\text{Ответ: } Q = \frac{CR_4(E_1R_3 + (E_1 + E_2)R_2)}{R_2R_3 + (R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}.$$

13. По длинному проводу, согнутому под прямым углом, идет ток  $I = 20$  А. Определить напряженность магнитного поля в точке, лежащей на продолжении одной из сторон угла на расстоянии  $a = 2$  см от вершины.

$$\text{Ответ: } H = \frac{I}{4\pi a} = 1 \text{ Э.}$$

14. По круговому витку из тонкого провода циркулирует ток  $I$ . Радиус витка  $R$ . Найти индукцию магнитного поля на оси витка в точке, отстоящей от его центра на расстоянии  $h$ .

$$\text{Ответ: } B_z = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

15. Прямоугольная рамка со сторонами  $a$  и  $b$  лежит в одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток  $I$ . Провод параллелен стороне  $b$  рамки. Рамка движется равномерно со скоростью  $v$  в этой плоскости перпендикулярно проводу. Найти величину э.д.с.  $E$ , индуцируемой в рамке, как функцию расстояния  $x$  от провода до ближайшего к нему края рамки.

$$\text{Ответ: } E = \frac{\mu_0 abIv}{2\pi x(x + a)}.$$

16. Определить коэффициент самоиндукции коаксиального кабеля (на один метр длины), представляющего из себя сплошной металлический стержень круглого сечения радиуса  $R_1$  и внешнюю цилиндрическую тонкостенную оболочку с радиусом  $R_2$ .

$$\text{Ответ: } L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{4} + \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \right].$$

17. Вдоль длинного тонкостенного круглого цилиндра радиуса  $R$  течет ток  $I$ . Какое давление испытывают стенки цилиндра?

$$\text{Ответ: } p = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 R^2}.$$

18. Небольшой шарик объёма  $V$  из парамагнетика с магнитной восприимчивостью  $\chi$  медленно переместили вдоль оси катушки с током из точки, где индукция магнитного поля равна  $B$ , в область, где магнитное поле практически отсутствует. Какую при этом совершили работу?

$$\text{Ответ: } A = \frac{\chi B^2 V}{2\mu_0}.$$

19. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного магнетика равна  $B$ , причем вектор  $\mathbf{B}$  составляет угол  $\alpha$  с нормалью к поверхности. Магнитная проницаемость магнетика равна  $\mu$ . Найти модуль вектора индукции магнитного поля в магнетике вблизи поверхности.

$$\text{Ответ: } B' = B(\cos^2 \alpha + \mu^2 \sin^2 \alpha)^{1/2}.$$

20. Прямой бесконечно длинный проводник с током  $I$  лежит в плоскости раздела двух непроводящих сред с магнитными проницаемостями  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . Найти индукцию магнитного поля на расстоянии  $R$  от проводника.

$$\text{Ответ: } B = \frac{\mu_0 \mu_1 \mu_2 I}{\pi R (\mu_1 + \mu_2)}.$$

21. Катушка с сопротивлением  $R$  и индуктивностью  $L$  подсоединяется к источнику напряжения  $U$ . Какое количество тепла выделится в катушке через время  $t$  после подключения?

$$\text{Ответ: } Q = \frac{U^2}{R} \left( t + \frac{R}{L} \left[ \exp\left(-\frac{tR}{L}\right) - 1 \right] \right).$$

22. Цепь составлена из последовательно соединенных конденсатора известной ёмкости  $C$ , сопротивления  $R$ , второго конденсатора той же ёмкости  $C$  и разомкнутого ключа. В начальный момент один из конденсаторов заряжают до разности потенциалов  $U_0$  и замыкают ключ. Определить как будет зависеть сила тока в цепи от времени.

$$\text{Ответ: } I = \frac{U_0}{R} e^{-2t/(RC)}.$$

23. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью  $C = 4$  мкф, катушки с индуктивностью  $L = 2$  мГн и активного сопротивления  $R = 10$  Ом. Найти отношение энергии магнитного поля катушки к энергии

электрического поля конденсатора при свободных колебаниях, когда сила тока достигает максимального значения.

$$\text{Ответ: } \frac{W_L}{W_C} = \frac{L}{CR^2} = 5.$$

24. В колебательном контуре с емкостью  $C = 10$  мкф, индуктивностью  $L = 25$  мГн и активным сопротивлением  $R = 1$  Ом возникают свободные колебания. Через сколько колебаний амплитуда тока в этом контуре уменьшится в  $e$  раз?

$$\text{Ответ: } N = \frac{1}{\pi R} \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 16.$$

25. Катушка, имеющая индуктивность  $L = 0,3$  Гн и сопротивление  $R = 100$  Ом, включена в цепь 50-периодного тока с эффективным напряжением  $V = 120$  В. Определить выделяемую в цепи мощность.

$$\text{Ответ: } N = \frac{V_{\text{эфф}}^2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\arctg \frac{\omega L}{R}\right) \approx 72 \text{ Вт.}$$

26. Цепь переменного тока представлена на рисунке. Определить сдвиг фаз  $\Delta\varphi$  между напряжением на конденсаторе и током, текущим через сопротивление  $R$ .

$$\text{Ответ: } \Delta\varphi = 0.$$

