Задачи раздела «Электричество и магнетизм»

1. Система состоит из тонкого кольца, по которому равномерно распределен заряд q, и очень длинной равномерно заряженной нити, расположенной по оси кольца так, что один из её концов совпадает с центром кольца. На единицу длины нити приходится заряд γ. Найти силу взаимодействия кольца и нити.

$$\text{Ответ: } F = \frac{q\gamma}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

2. Внутри шара, заряженного равномерно с объёмной плотностью ρ, имеется сферическая полость. Центр полости смещен относительно центра шара на величину **a.** Найти напряженность поля внутри полости, считая относительную диэлектрическую проницаемость шара равной единице.

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\mathbf{a}.$$

3. Точечный диполь с электрическим моментом **p** находится на расстоянии h от бесконечной проводящей плоскости. Найти модуль вектора силы, действующей на диполь, если вектор **p** перпендикулярен плоскости.

$$\text{Ответ: } F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3p^2}{8h^4}.$$

4. Пространство между двумя концентрическими проводящими сферами заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_1, внешнее пространство - диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_2 Внутренняя сфера с радиусом R_1 заземлена, внешняя сфера с радиусом R_2 несет заряд +Q. Определить плотность поляризационного заряда σ'_2 на границе внешнего диэлектрика.

$$\text{Ответ: } \sigma'_2 = -\frac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2 R_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)R_1}\frac{(R_2 - R_1)Q}{4\pi R_2^2}.$$

5. Точечный заряд q находится в вакууме на расстоянии h от плоской поверхности однородного изотропного диэлектрика, заполняющего всё полупространство. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика равна ε. Найти поверхностную плотность связанных зарядов в произвольной точке границы диэлектрика.

$$\text{Ответ: } \sigma = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\frac{qh}{2\pi\left(h^2 + x^2\right)^{3/2}}.$$

6. Три концентрические сферы имеют радиусы $R_1 < R_2 < R_3$. Сферы с радиусами R_1 и R_3 несут заряды +Q и –Q соответственно. Сфера с радиусом R_2 заземлена. Найти зависимости E(r) и φ(r) и изобразить их графически.

7. Три концентрические сферы имеют радиусы $R_1 < R_2 < R_3$. Сфера с радиусом R_2 несет заряд +Q. Сферы с радиусами R_1 и R_3 соединены проводником, искажающим действием которого можно пренебречь. Найти зависимости E(r) и φ(r) и изобразить их графически.

8. Между пластинами плоского конденсатора, расположенными на расстоянии d, находятся плоский слой диэлектрика с проницаемостью ε толщиной d_1 и слой металла толщиной d_2. Разность потенциалов между обкладками конденсатора равна V. Определить плотность энергии электрического поля в диэлектрике.

Ответ: $W = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon V^2}{2\{\varepsilon[d-(d_1+d_2)]+d_2\}^2}$.

9. Во сколько раз энергия заряда Q, распределенного равномерно по поверхности шара с радиусом R, больше (или меньше) энергии этого заряда равномерно распределенного по объёму шара того же радиуса?

Ответ: $\eta = \dfrac{W_\sigma}{W_\rho} = \dfrac{5}{6}$.

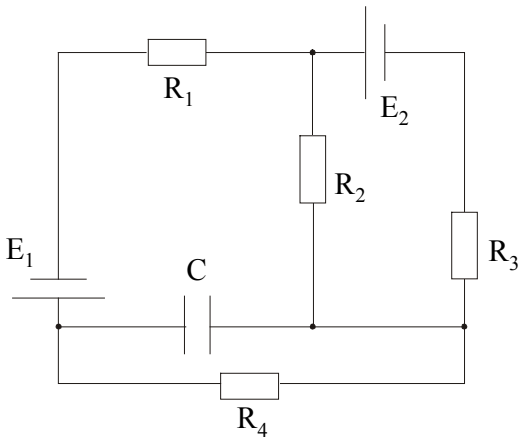
10.Найти величину и направление силы взаимодействия между двумя незаряженными проводящими сферами радиусом a каждая, помещенными в однородное электрическое поле E_0, направленное параллельно линии, соединяющей центры сфер. Расстояние между центрами сфер r >> a.

Ответ: $F = 6\left(\dfrac{4\pi\varepsilon_0 a^3 E_0}{r^2}\right)^2$.

11. Пространство между электродами сферического конденсатора с радиусами R_1 и R_2 заполнено средой с удельным сопротивлением ρ. Какое количество тепла будет выделяться в единицу времени, если между электродами конденсатора поддерживается постоянная разность потенциалов V?

Ответ: $P = \dfrac{4\pi V^2 R_1 R_2}{\rho(R_2 - R_1)}$.

12. В изображенной на схеме цепи определить заряд конденсатора с ёмкостью C.



Ответ: $Q = \dfrac{CR_4(E_1R_3 + (E_1 + E_2)R_2)}{R_2R_3 + (R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$.

13. По длинному проводу, согнутому под прямым углом, идет ток I = 20 А. Определить напряженность магнитного поля в точке, лежащей на продолжении одной из сторон угла на расстоянии a = 2 см от вершины.

Ответ: $H = \dfrac{I}{4\pi a} = 1$ Э.

14. По круговому витку из тонкого провода циркулирует ток I. Радиус витка R. Найти индукцию магнитного поля на оси витка в точке, отстоящей от его центра на расстоянии h.

Ответ: $B_z = \dfrac{\mu_0 R^2 I}{2\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}}$.

15. Прямоугольная рамка со сторонами a и b лежит в одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток I. Провод параллелен стороне b рамки. Рамка движется равномерно со скоростью v в этой плоскости перпендикулярно проводу. Найти величину э.д.с. E, индуцируемой в рамке, как функцию расстояния x от провода до ближайшего к нему края рамки.

Ответ: $E = \dfrac{\mu_0 abIv}{2\pi x(x + a)}$.

16.Определить коэффициент самоиндукции коаксиального кабеля (на один метр длины), представляющего из себя сплошной металлический стержень круглого сечения радиуса R_1 и внешнюю цилиндрическую тонкостенную оболочку с радиусом R_2.

Ответ: $L = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\left[\dfrac{1}{4} + \ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)\right]$.

17.Вдоль длинного тонкостенного круглого цилиндра радиуса R течет ток I. Какое давление испытывают стенки цилиндра?

Ответ: $p = \dfrac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 R^2}$.

18. Небольшой шарик объёма V из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ медленно переместили вдоль оси катушки с током из точки, где индукция магнитного поля равна B, в область, где магнитное поле практически отсутствует. Какую при этом совершили работу?

Ответ: $A = \dfrac{\chi B^2 V}{2\mu_0}$.

19. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного магнетика равна B, причем вектор **B** составляет угол α с нормалью к поверхности. Магнитная проницаемость магнетика равна μ. Найти модуль вектора индукции магнитного поля в магнетике вблизи поверхности.

Ответ: $B' = B\left(\cos^2\alpha + \mu^2 \sin^2\alpha\right)^{1/2}$.

20. Прямой бесконечно длинный проводник с током I лежит в плоскости раздела двух непроводящих сред с магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2. Найти индукцию магнитного поля на расстоянии R от проводника.

Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 \mu_1 \mu_2 I}{\pi R(\mu_1 + \mu_2)}$.

21. Катушка с сопротивлением R и индуктивностью L подсоединяется к источнику напряжения U. Какое количество тепла выделится в катушке через время t после подключения?

Ответ: $Q = \dfrac{U^2}{R}\left(t + \dfrac{R}{L}\left[\exp\left(-\dfrac{tR}{L}\right) - 1\right]\right)$.

22. Цепь составлена из последовательно соединенных конденсатора известной ёмкости C, сопротивления R, второго конденсатора той же ёмкости C и разомкнутого ключа. В начальный момент один из конденсаторов заряжают до разности потенциалов U_0 и замыкают ключ. Определить как будет зависеть сила тока в цепи от времени.

Ответ: $I = \dfrac{U_0}{R} e^{-2t/(RC)}$.

23. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью C = 4 мкф, катушки с индуктивностью L= 2 мГн и активного сопротивления R = 10 Ом. Найти отношение энергии магнитного поля катушки к энергии

электрического поля конденсатора при свободных колебаниях, когда сила тока достигает максимального значения.

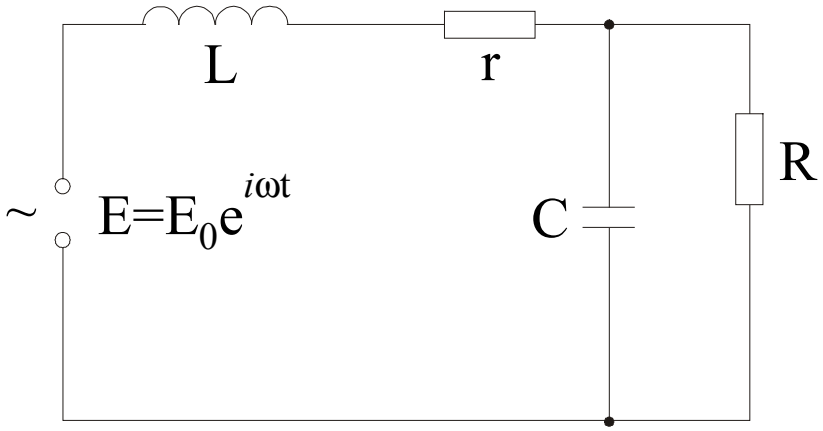
Ответ: $\dfrac{W_L}{W_C} = \dfrac{L}{CR^2} = 5$.

24. В колебательном контуре с емкостью $C = 10$ мкф, индуктивностью $L = 25$ мГн и активным сопротивлением $R = 1$ Ом возникают свободные колебания. Через сколько колебаний амплитуда тока в этом контуре уменьшится в e раз?

Ответ: $N = \dfrac{1}{\pi R}\sqrt{\dfrac{L}{C}} \approx 16$.

25. Катушка, имеющая индуктивность $L = 0{,}3$ Гн и сопротивление $R = 100$ Ом, включена в цепь 50-периодного тока с эффективным напряжением $V = 120$ В. Определить выделяемую в цепи мощность.

Ответ: $N = \dfrac{V_{эфф}^2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\operatorname{arctg}\dfrac{\omega L}{R}\right) \approx 72$ Вт.

26. Цепь переменного тока представлена на рисунке. Определить сдвиг фаз $\Delta\varphi$ между напряжением на конденсаторе и током, текущим через сопротивление R.

Ответ: $\Delta\varphi = 0$.