

Задачи по оптике

1. Лазер излучает импульсы с длительностью $\tau = 0,16$ мкс с энергией $W = 10$ Дж. Излучение фокусируется на круглую мишень диаметром $d = 0,1$ мм, расположенную перпендикулярно пучку и имеющую коэффициент отражения $\rho = 0,5$. Определить среднюю величину светового давления на мишень и максимальное значение напряженности электрического поля в падающем на мишень пучке.

Ответ: $P = \frac{4W}{\pi d^2 c \tau} (1 + \rho)^2 \approx 4 \cdot 10^7$ Па, $E_0 = \sqrt{\frac{8W}{\epsilon_0 \pi d^2 c \tau}} \approx 2,5 \cdot 10^9$ В/м.

2. Рубиновый лазер (длина волны $\lambda = 693,5$ нм) излучает световой импульс с длительностью $\tau = 10^{-7}$ с и энергией $W = 0,3$ Дж. Резонатор лазера состоит из двух зеркал. Первое имеет коэффициент отражения $\rho_1 = 100\%$, второе - $\rho_2 = 90\%$. Радиус пучка света $r = 2,5$ мм. Найти среднюю силу, с которой свет действует на первое зеркало во время излучения импульса.

Ответ: $F = \frac{2W}{0,1c\tau} = 0,2$ Н.

3. Найти распределение интенсивности $I(x)$ на экране и определить расстояние между центром интерференционной картины и m -й светлой полосой в опыте с бипризмой. Показатель преломления призмы n , преломляющий угол - α , длина волны λ . Интерферирующие лучи падают на экран приблизительно перпендикулярно. Расстояние от точечного источника до призмы a , от призмы до экрана - b .

Ответ: $x_m = \frac{m\lambda}{2a\alpha} \cdot \frac{a+b}{n-1}$.

4. Из собирающей тонкой линзы с фокусным расстоянием $f = 10$ см вырезана центральная часть шириной $d = 0,5$ см. Обе половины линзы сдвинуты до соприкосновения. По одну сторону линзы на расстоянии $a = 5$ см помещен точечный источник монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. С противоположной стороны билинзы расположен экран на расстоянии $b = 10$ см от неё. Найти максимальное число интерференционных полос, которые могут наблюдаться на экране.

Ответ: $N = \frac{d^2}{2f\lambda} = 250$.

5. При наблюдении полос равного наклона в интерферометре Майкельсона радиус пятого светлого кольца R_5 равен 5 мм. Наблюдение ведется при длине волны света $\lambda = 500$ нм на экране с помощью линзы с фокусным расстоянием $f = 50$ мм. Определить порядок интерференции для пятого кольца. Чему будет равняться радиус пятого кольца, если разность хода интерферометра h увеличить в два раза?

$$\text{Ответ: } m_n = \frac{2nf^2}{R_5^2} - n; \text{ при } n = 5, m_5 = \frac{10f^2}{R_5^2} - 5 = 995.$$

6. В интерферометре Майкельсона наблюдаются полосы равного наклона (кольца). Источником излучения служит ртутная лампа, после которой установлен светофильтр, пропускающий свет с длиной волны $\lambda = 546$ нм. Во сколько раз изменится радиус первого кольца, если заменить светофильтр на пропускающий свет с $\lambda = 436$ нм?

$$\text{Ответ: } \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \approx 1,12.$$

7. Тонкий воздушный клин с углом при вершине $\alpha = 10^{-3}$ рад освещается нормально к поверхности плоской волной от источника света со спектром прямоугольной формы со средней длиной волны $\lambda = 500$ нм. Определить ширину спектра $\Delta\lambda$, если на расстоянии $x = 10$ см от вершины клина видность интерференционной картины $v = 2/\pi \approx 0,637$.

$$\text{Ответ: } \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{4\alpha x} = 0,625 \text{ нм.}$$

8. При измерении с помощью “звездного интерферометра” угловых размеров космического объекта оказалось, что видность картины периодически принимает минимальное значение при увеличении расстояния между зеркалами на $x = 15$ см. Наблюдение велось при длине волны света $\lambda = 550$ нм. Каков угловой размер объекта?

$$\text{Ответ: } \omega = \frac{\lambda}{x} \approx 3,66 \cdot 10^{-6} \text{ рад.}$$

9. Плоская световая волна падает нормально на стеклянный диск, который для точки наблюдения покрывает 1,5 зоны Френеля. Длина волны λ , показатель преломления стекла n . При какой толщине диска h интенсивность света в точке наблюдения будет максимальной? Минимальной?

$$\text{Ответ: } h_{\max} = \frac{\lambda(m + 5/8)}{n - 1}, \quad h_{\min} = \frac{\lambda(m + 1/8)}{n - 1}. \quad (m=0,1,2,\dots)$$

10. На экран с круглым отверстием падает нормально к его поверхности плоская волна с длиной волны λ . Для точки наблюдения Р отверстие открывает первую зону Френеля. Какой толщины h следует поместить прозрачный стеклянный диск с показателем преломления n , закрывающий внутреннюю половину площади отверстия, чтобы интенсивность в точке Р максимально возросла? Найти отношение полученной максимальной интенсивности к начальной.

$$\text{Ответ: } h = \lambda \frac{4m + 1}{4(n - 1)}; m = 0, 1, 2, \dots, I_{\max}/I_{\text{нач}} = 2.$$

11. На плоскую амплитудную дифракционную решетку, имеющую n штрихов/мм, падает нормально свет от натриевой лампы, излучающей двойную линию с длинами волн λ_1 и λ_2 . Спектр m – того порядка фотографируется с помощью объектива с фокусным расстоянием f . Какое расстояние Δx между указанными линиями спектра получится на фотопластинке?

$$\text{Ответ: } \Delta x = \frac{mnf\Delta\lambda}{\sqrt{1 - m^2 n^2 \lambda^2}}, \text{ где } \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}.$$

12. Какова максимальная разрешающая сила спектрографа для средней длины волны $\lambda = 500$ нм, если полная ширина дифракционной решетки $L = 10$ см ?

$$\text{Ответ: } A_{\max} = \frac{L}{\lambda} = 2 \cdot 10^5.$$

13. При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 500$ нм на плоскую амплитудную дифракционную решетку в зрительной трубе, оптическая ось которой перпендикулярна плоскости решетки, виден спектр нулевого порядка. Определить число n штрихов на мм в дифракционной решетке, если при изменении угла падения света на 45° в трубе будет наблюдаться главный максимум 7-го порядка.

$$\text{Ответ: } n = 200 \text{ штрих/мм.}$$

14. Какое максимальное расстояние h между зеркалами интерферометра Фабри-Перо следует установить, чтобы можно было наблюдать без перекрытия порядков двойную линию натрия ($\Delta\lambda = 0,6$ нм; $\lambda = 600$ нм)?

$$\text{Ответ: } h = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda} = 0,3 \text{ мм.}$$

15. Найти связь групповой и фазовой скоростей электромагнитных волн в среде, для которой закон дисперсии выражается следующим образом: $\epsilon = 1 - a/v^2$, где ϵ - диэлектрическая проницаемость среды, v - частота волны, a - константа.

Ответ: $u_{\text{гр}} = c^2/v_{\text{фаз}}$, где c - скорость в вакууме.

16. Для некоторых волн оказалось, что групповая скорость $u_{\text{гр}}$ равна удвоенной фазовой скорости $v_{\text{фаз}}$. Найти зависимость фазовой скорости этих волн от длины волны.

Ответ: $v_{\text{фаз}} = a/\lambda$, где a - константа.

17. Линейно поляризованный свет падает под углом Брюстера на поверхность стекла с показателем преломления n . Угол между вектором \mathbf{E} в волне и плоскостью падения, то есть азимут падающей волны, равен α . Найти коэффициент отражения по энергии.

Ответ: $R = \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 \sin^2 \alpha$.

18. Плоскопараллельная пластинка толщиной d и клин с малым углом при вершине α вырезаны из различных положительных одноосных кристаллов и ориентированы так, что их оптические оси взаимно перпендикулярны. Определить величину двойного лучепреломления $\Delta n = n_o - n_e$ пластинки, если при наблюдении этой системы в белом свете между двумя скрещенными поляроидами первая темная полоса находится на расстоянии L от вершины клина. Клин имеет показатели преломления n'_o и n'_e . Пластинка и клин находятся по отношению к поляроидам в диагональном положении.

Ответ: $\Delta n = \frac{\alpha L}{d} (n'_o - n'_e)$.

19. Двупреломляющая пластинка с $\Delta n = n_e - n_o = 0,017$, вырезанная параллельно оптической оси, помещена между поляризатором и анализатором в диагональном положении относительно поляризатора. Какой должна быть минимальная толщина пластинки для того, чтобы при скрещенном и параллельном с поляризатором анализаторе, интенсивность прошедшего через систему света с длиной волны $\lambda = 544$ нм была одинаковой.

Ответ: $d = \frac{\lambda}{4\Delta n} = 8$ мкм.

20. Найти фазовые скорости распространения световых волн вдоль пространственной диагонали кубика из исландского шпата, вырезанного по кристаллографическим осям. Главные показатели преломления $n_o = 1,658$; $n_e = 1,486$.

$$\text{Ответ: } c_o = \frac{c}{n_o}; \quad c_e = \frac{c}{n'_e}; \quad n'_e = \frac{\sqrt{3}n_on_e}{\sqrt{2n_o^2 + n_e^2}}.$$