Задачи по оптике

1. Лазер излучает импульсы с длительностью τ = 0,16 мкс с энергией W = 10 Дж. Излучение фокусируется на круглую мишень диаметром d = 0,1 мм, расположенную перпендикулярно пучку и имеющую коэффициент отражения ρ = 0,5. Определить среднюю величину светового давления на мишень и максимальное значение напряженности электрического поля в падающем на мишень пучке.

Ответ: $P = \frac{4W}{\pi d^2 c\tau}(1+\rho)^2 \approx 4\ 10^7$ Па, $E_0 = \sqrt{\frac{8W}{\varepsilon_0 \pi d^2 \tau c}} \approx 2{,}5\cdot 10^9$ В/м.

2. Рубиновый лазер (длина волны λ = 693,5 нм) излучает световой импульс с длительностью $\tau = 10^{-7}$ с и энергией W = 0,3 Дж . Резонатор лазера состоит из двух зеркал. Первое имеет коэффициент отражения ρ_1= 100%, второе - ρ_2 = 90%. Радиус пучка света r = 2,5 мм. Найти среднюю силу, с которой свет действует на первое зеркало во время излучения импульса.

Ответ: $F = \frac{2W}{0{,}1c\tau} = 0{,}2$ Н.

3. Найти распределение интенсивности I(x) на экране и определить расстояние между центром интерференционной картины и m–й светлой полосой в опыте с бипризмой. Показатель преломления призмы n, преломляющий угол - α, длина волны λ. Интерферирующие лучи падают на экран приблизительно перпендикулярно. Расстояние от точечного источника до призмы a, от призмы до экрана – b.

Ответ: $x_m = \frac{m\lambda}{2a\alpha} \cdot \frac{a+b}{n-1}$.

4. Из собирающей тонкой линзы с фокусным расстоянием f = 10 см вырезана центральная часть шириной d = 0,5 см. Обе половины линзы сдвинуты до соприкосновения. По одну сторону линзы на расстоянии a = 5 см помещен точечный источник монохроматического света с длиной волны λ = 500 нм. С противоположной стороны билинзы расположен экран на расстоянии b = 10 см от неё. Найти максимальное число интерференционных полос, которые могут наблюдаться на экране.

Ответ: $N = \frac{d^2}{2f\lambda} = 250$.

5. При наблюдении полос равного наклона в интерферометре Майкельсона радиус пятого светлого кольца R_5 равен 5 мм. Наблюдение ведется при длине волны света $\lambda = 500$ нм на экране с помощью линзы с фокусным расстоянием f = 50 мм. Определить порядок интерференции для пятого кольца. Чему будет равняться радиус пятого кольца, если разность хода интерферометра h увеличить в два раза?

Ответ: $m_n = \dfrac{2nf^2}{R_5^2} - n$; при n = 5, $m_5 = \dfrac{10f^2}{R_5^2} - 5 = 995$.

6. В интерферометре Майкельсона наблюдаются полосы равного наклона (кольца). Источником излучения служит ртутная лампа, после которой установлен светофильтр, пропускающий свет с длиной волны $\lambda = 546$ нм. Во сколько раз изменится радиус первого кольца, если заменить светофильтр на пропускающий свет с $\lambda = 436$ нм?

Ответ: $\dfrac{r_1}{r_2} = \sqrt{\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}} \approx 1{,}12$.

7. Тонкий воздушный клин с углом при вершине $\alpha = 10^{-3}$ рад освещается нормально к поверхности плоской волной от источника света со спектром прямоугольной формы со средней длиной волны $\lambda = 500$ нм. Определить ширину спектра $\Delta\lambda$, если на расстоянии x = 10 см от вершины клина видность интерференционной картины $\nu = 2/\pi \approx 0{,}637$.

Ответ: $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda^2}{4\alpha x} = 0{,}625$ нм.

8. При измерении с помощью “звездного интерферометра” угловых размеров космического объекта оказалось, что видность картины периодически принимает минимальное значение при увеличении расстояния между зеркалами на x = 15 см. Наблюдение велось при длине волны света $\lambda = 550$ нм. Каков угловой размер объекта?

Ответ: $\omega = \dfrac{\lambda}{x} \approx 3{,}66\ 10^{-6}$ рад.

9. Плоская световая волна падает нормально на стеклянный диск, который для точки наблюдения покрывает 1,5 зоны Френеля. Длина волны λ, показатель преломления стекла n . При какой толщине диска h интенсивность света в точке наблюдения будет максимальной? Минимальной?

Ответ: $h_{max} = \dfrac{\lambda(m + 5/8)}{n-1}$, $h_{min} = \dfrac{\lambda(m + 1/8)}{n-1}$. (m=0,1,2,…)

10. На экран с круглым отверстием падает нормально к его поверхности плоская волна с длиной волны λ. Для точки наблюдения P отверстие открывает первую зону Френеля. Какой толщины h следует поместить прозрачный стеклянный диск с показателем преломления n, закрывающий внутреннюю половину площади отверстия, чтобы интенсивность в точке P максимально возросла? Найти отношение полученной максимальной интенсивности к начальной.

Ответ: $h = \lambda \frac{4m+1}{4(n-1)}$; m = 0, 1, 2…, $I_{max}/I_{нач} = 2$.

11. На плоскую амплитудную дифракционную решетку, имеющую n штрихов/мм, падает нормально свет от натриевой лампы, излучающей двойную линию с длинами волн λ_1 и λ_2. Спектр m – того порядка фотографируется с помощью объектива с фокусным расстоянием f. Какое расстояние Δx между указанными линиями спектра получится на фотопластинке?

Ответ: $\Delta x = \frac{mnf\Delta\lambda}{\sqrt{1-m^2n^2\lambda^2}}$, где $\lambda = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}$.

12. Какова максимальная разрешающая сила спектрографа для средней длины волны λ = 500 нм, если полная ширина дифракционной решетки L = 10 см ?

Ответ: $A_{max} = \frac{L}{\lambda} = 2\cdot10^5$.

13. При нормальном падении света с длиной волны λ = 500 нм на плоскую амплитудную дифракционную решетку в зрительной трубе, оптическая ось которой перпендикулярна плоскости решетки, виден спектр нулевого порядка. Определить число n штрихов на мм в дифракционной решетке, если при изменении угла падения света на 45° в трубе будет наблюдаться главный максимум 7-го порядка.

Ответ: n = 200 штрих/мм.

14. Какое максимальное расстояние h между зеркалами интерферометра Фабри-Перо следует установить, чтобы можно было наблюдать без перекрытия порядков двойную линию натрия (Δλ = 0,6 нм; λ = 600 нм)?

Ответ: $h = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$ = 0,3 мм.

15. Найти связь групповой и фазовой скоростей электромагнитных волн в среде, для которой закон дисперсии выражается следующим образом: $\varepsilon = 1 - a/\nu^2$, где ε - диэлектрическая проницаемость среды, ν-частота волны, a – константа.

Ответ: $u_{гр} = c^2/v_{фаз}$, где c – скорость в вакууме.

16. Для некоторых волн оказалось, что групповая скорость $u_{гр}$ равна удвоенной фазовой скорости $v_{фаз}$. Найти зависимость фазовой скорости этих волн от длины волны.

Ответ: $v_{фаз} = a/\lambda$, где a – константа.

17. Линейно поляризованный свет падает под углом Брюстера на поверхность стекла с показателем преломления n. Угол между вектором **E** в волне и плоскостью падения, то есть азимут падающей волны, равен α. Найти коэффициент отражения по энергии.

Ответ: $R = \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}\right)^2 \sin^2 \alpha$.

18. Плоскопараллельная пластинка толщиной d и клин с малым углом при вершине α вырезаны из различных положительных одноосных кристаллов и ориентированы так, что их оптические оси взаимно перпендикулярны. Определить величину двойного лучепреломления $\Delta n = n_o - n_e$ пластинки , если при наблюдении этой системы в белом свете между двумя скрещенными поляроидами первая темная полоса находится на расстоянии L от вершины клина. Клин имеет показатели преломления n'_0 и n'_e. Пластинка и клин находятся по отношению к поляроидам в диагональном положении.

Ответ: $\Delta n = \frac{\alpha L}{d}\left(n'_0 - n'_e\right)$.

19. Двупреломляющая пластинка с $\Delta n = n_e - n_o = 0{,}017$, вырезанная параллельно оптической оси, помещена между поляризатором и анализатором в диагональном положении относительно поляризатора. Какой должна быть минимальная толщина пластинки для того, чтобы при скрещенном и параллельном с поляризатором анализаторе, интенсивность прошедшего через систему света с длиной волны $\lambda = 544$ нм была одинаковой.

Ответ: $d = \frac{\lambda}{4\Delta n} = 8$ мкм.

20. Найти фазовые скорости распространения световых волн вдоль пространственной диагонали кубика из исландского шпата, вырезанного по кристаллографическим осям. Главные показатели преломления $n_o = 1{,}658$; $n_e = 1{,}486$.

Ответ: $c_0 = \dfrac{c}{n_0}$; $c_e = \dfrac{c}{n'_e}$; $n'_e = \dfrac{\sqrt{3} n_0 n_e}{\sqrt{2n_0^2 + n_e^2}}$.