

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

1. Показать, что собственное время:  $t^2 = t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2$  лоренцев скаляр относительно буста  $t' = \gamma(t - vx)$ ,  $x' = \gamma(x - vt)$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$ , где  $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$ . Восстановить скорость света из размерных соображений.

2. Матрица буста вдоль оси OX имеет вид

$$\begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v & 0 & 0 \\ -\gamma v & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Написать матрицы бустов  $L_y$  и  $L_x$

3. Буст имеет вид  $t' = \gamma(t - vx)$ ,  $x' = \gamma(x - vt)$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$ . Получить релятивистский закон сложения скоростей.
4. Релятивистский закон сложения скоростей имеет вид:  $u' = \frac{u - v}{1 - uv}$ . Определим быстроты  $\beta = \text{arcth}(u)$ ,  $\beta' = \text{arcth}(u')$ ,  $\alpha = \text{arcth}(v)$ . Найти закон сложения быстрот.
5. Из пушки расположенной на Земле вертикально вверх выстреливаются часы А, которые первоначально синхронизованы с часами В, остающимися на Земле. Сравнить показания часов А и В после возвращения А в исходную точку. Трением о воздух - пренебречь.
6. Уравнение Максвелла в естественной системе единиц имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{E} &= 4\pi\rho, & \text{div} \vec{B} &= 0, \\ \text{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \text{rot} \vec{B} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\vec{j}. \end{aligned}$$

Показать, что справедливо уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0$$

"Восстановить" всюду скорость света с.

7. Уравнения Максвелла в естественной системе единиц имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{B} &= 0, \\ \text{rot} \vec{B} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\vec{j}. \end{aligned}$$

Переписать их через потенциалы  $\varphi$  и  $A$ , если

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \text{rot} \vec{A}.$$

«Восстановить» скорость света.

8. Потенциалы электромагнитного поля вводятся по формулам (в естественной системе единиц):

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \text{rot}\vec{A}.$$

Показать, что значения  $E$  и  $B$  не меняются при калибровочном преобразовании:

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \varphi + \frac{\partial f}{\partial t}, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} - \nabla f$$

где  $f(t,x,y,z)$  произвольная гладкая функция. Найти какому условию должна удовлетворять  $f$ , чтобы выполнялась калибровка Кулона  $\text{div} \vec{A} = 0$ . "Восстановить" всюду скорость света.

9. Потенциалы электромагнитного поля вводятся по формулам (в естественной системе единиц):

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \text{rot}\vec{A}.$$

показать, что значения  $E$  и  $B$  не меняются при калибровочном преобразовании

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \varphi + \frac{\partial f}{\partial t}, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} - \nabla f,$$

"Восстановить" всюду скорость света.

где  $f(t,x,y,z)$  произвольная гладкая функция. Найти какому условию должна удовлетворять  $f$ , чтобы выполнялась калибровка Лоренца:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \text{div}\vec{A} = 0.$$

10. Вектор дипольного момента системы из  $N$  точечных заряженных частиц имеет вид:

$$\vec{d} = \sum_{a=1}^N e_a \vec{r}_a,$$

где  $e_a$  - заряд, а  $\vec{r}_a$  - радиус-вектор  $a$ -го заряда. Показать, что при сдвиге  $\vec{r}_a \rightarrow \vec{r}_a + \vec{b}$  вектор  $\vec{d}$  не меняется, если сумма зарядов равна нулю.

11. Потенциал поля системы точечных зарядов в дипольном приближении равен

$$\varphi = \frac{\vec{d} \cdot \vec{r}}{r^3},$$

где  $\vec{d}$  - вектор дипольного момента,  $\vec{r}$  - радиус-вектор точки наблюдения,  $r \equiv |\vec{r}|$ . Учитывая, что  $\vec{E} = -\nabla\varphi$ , вычислить напряжённость электрического поля.