

## КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ

1. Является ли состояние, описываемое волновой функцией

$$\psi(x) = c_1 e^{\frac{i}{\hbar} px} + c_2 e^{-\frac{i}{\hbar} px}$$

при произвольных значениях  $c_1$  и  $c_2$  состоянием с определённым значением импульса. Ответ обосновать.

2. Найти коммутатор  $[\hat{A}, \hat{B}^2]$ , если известно, что  $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$

$$\psi(x) = A e^{-\frac{x^2}{\alpha^2} + ikx}$$

3. Найти среднее значение координаты  $x$  частицы в состоянии с волновой
4. Является ли состояние, описываемое волновой функцией

$$\psi(\vec{r}, t) = c_1 \psi_1(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} + c_2 \psi_2(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t}$$

стационарным состоянием, если  $\hat{H}\psi_n(\vec{r}) = E_n\psi_n(\vec{r})$ , где  $n = 1, 2$ ? Ответ обосновать.

5. Определите плотность вероятности найти частицу в точке с координатой  $X$ , если она находится в состоянии, описываемом волновой функцией

$$\psi(x) = c (e^{ikx} + e^{-ikx})$$

6. Покажите, что оператор  $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{d}{dx}$  Эрмитов.
7. Найдите связь между средними значениями координаты и импульса частицы в двух состояниях, волновые функции  $\psi_1(x)$  и  $\psi_2(x)$  которых связаны соотношением

$$\psi_2(x) = \psi_1(x) \exp\left(\frac{i}{\hbar} p_0 x\right)$$

8. Можно ли одновременно точно измерить полную энергию  $E$  и потенциальную энергию  $U$  частицы? Ответ обосновать.
9. Определите плотность вероятности найти частицу в точке с радиус-вектором  $\vec{r}$  в момент времени  $t$ , если она находится в состоянии, описываемом волновой функцией

$$\psi(\vec{r}, t) = c_1 \psi_1(\vec{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_1 t\right) + c_2 \psi_2(\vec{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_2 t\right)$$

10. Запишите волновую функцию свободно движущейся нерелятивистской частицы.
11. Пусть состояние частицы описывается волновой функцией  $\psi$ . Какому требованию должна удовлетворять эта функция, чтобы можно было быть уверенным в том, что физическая величина  $L$  при ее изменении в этом состоянии не будет давать разброса значения?
12. Вычислите коммутаторы  $[\hat{a}, (\hat{a}^+)^2]$  и  $[\hat{a}^2, \hat{a}^+]$ , если известно, что  $[\hat{a}, \hat{a}^+] = 1$ .
13. Будет ли эрмитовым оператор  $\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$ , если операторы  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  эрмитовы?
14. Найти явный вид оператора трансляции  $T_a$ , определяемого соотношением

$$T_a \psi(x) = \psi(x + a)$$

15. Показать, что среднее значение импульса в стационарном состоянии

дискретного спектра равно нулю. Показать, что для дискретного спектра среднее значение энергии больше его наименьшего собственного значения или равно ему.

16. Указать, какие из физических величин: энергия, импульс, момент импульса будут интегралами движения для свободной нерелятивистской частицы. Ответ обосновать.
17. Показать, что квантовомеханическое среднее значение квадрата физической величины является положительным.
18. Пусть гамильтониан  $\hat{H}$  и его собственные значения  $E_n$  зависят от параметра  $\lambda$ . Показать, что из уравнения  $\hat{H} \psi_n = E_n \psi_n$  следует равенство:

$$\frac{\partial E_n(\lambda)}{\partial \lambda} = S \psi_n^* \frac{\partial \hat{H}(\lambda)}{\partial \lambda} \psi_n d\tau.$$

19. Вычислить коммутатор  $[\hat{T}, U(x)]$ , где  $T = \frac{p_x^2}{2m}$  - оператор кинетической энергии частицы,  $U(x)$  - произвольная функция координаты  $x$ .