

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

1. Показать, что собственное время: $t^2 = t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2$ лоренцев скаляр относительно буста $t' = \gamma(t - vx)$, $x' = \gamma(x - vt)$, $y' = y$, $z' = z$, где $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$. Восстановить скорость света из размерных соображений.

2. Матрица буста вдоль оси OX имеет вид

$$\begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v & 0 & 0 \\ -\gamma v & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Написать матрицы бустов L_y и L_x

3. Буст имеет вид $t' = \gamma(t - vx)$, $x' = \gamma(x - vt)$, $y' = y$, $z' = z$, Получить релятивистский закон сложения скоростей.

4. Релятивистский закон сложения скоростей имеет вид: $u' = \frac{u - v}{1 - uv}$.
Определим быстроты $\beta = \text{arcth}(u)$, $\beta' = \text{arcth}(u')$, $\alpha = \text{arcth}(v)$. Найти закон сложения быстрот.

5. Из пушки расположенной на Земле вертикально вверх выстреливаются часы А, которые первоначально синхронизованы с часами В, остающимися на Земле. Сравнить показания часов А и В после возвращения А в исходную точку. Трением о воздух - пренебречь.

6. Уравнение Максвелла в естественной системе единиц имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{E} &= 4\pi\rho, & \text{div} \vec{B} &= 0, \\ \text{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \text{rot} \vec{B} &= -\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\vec{j}. \end{aligned}$$

Показать, что справедливо уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0$$

"Восстановить" всюду скорость света c .

7. Уравнения Максвелла в естественной системе единиц имеют вид:
«Восстановить» скорость света.

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= -\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi \vec{j}. \end{aligned}$$

Переписать их через потенциалы φ и \vec{A} , если

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}.$$

8. Потенциалы электромагнитного поля вводятся по формулам (в естественной системе единиц):

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}.$$

Показать, что значения E и B не меняются при калибровочном преобразовании:

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \varphi + \frac{\partial f}{\partial t}, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} - \nabla f$$

где $f(t,x,y,z)$ произвольная гладкая функция. Найти какому условию должна удовлетворять f , чтобы выполнялась калибровка Кулона $\operatorname{div} \vec{A} = 0$. "Восстановить" всюду скорость света.

9. Потенциалы электромагнитного поля вводятся по формулам (в естественной системе единиц):

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}.$$

показать, что значения E и B не меняются при калибровочном преобразовании

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \varphi + \frac{\partial f}{\partial t}, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} - \nabla f,$$

"Восстановить" всюду скорость света.

где $f(t,x,y,z)$ произвольная гладкая функция. Найти какому условию должна удовлетворять f , чтобы выполнялась калибровка Лоренца:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \text{div} \vec{A} = 0.$$

10. Вектор дипольного момента системы из N точечных заряженных частиц имеет вид:

$$\vec{d} = \sum_{a=1}^N e_a \vec{r}_a,$$

где e_a - заряд, а \vec{r}_a - радиус-вектор a -го заряда. Показать, что при сдвиге $\vec{r}_a \rightarrow \vec{r}_a + \vec{b}$ вектор \vec{d} не меняется, если сумма зарядов равна нулю.

11. Потенциал поля системы точечных зарядов в дипольном приближении равен

$$\varphi = \frac{\vec{d} \cdot \vec{r}}{r^3},$$

где \vec{d} - вектор дипольного момента, \vec{r} - радиус-вектор точки наблюдения,

$r \equiv |\vec{r}|$. Учитывая, что $\vec{E} = -\nabla \varphi$, вычислить напряжённость электрического поля.