

Содержание заданий соответствует
государственному образовательному
стандарту специальности

Зав. каф. теоретической и ядерной
физики, профессор, д.ф.-м.н.

_____ В.И.Белоконь

Дата 21 января 2003 г.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ
для проверки остаточных знаний по курсу
«Методы математической физики»
при аттестации специальности 010400 – ФИЗИКА
в 2003 г. в ДВГУ

Автор: Александрова Нина Яковлевна, к.ф.-м.н., доцент кафедры
теоретической и ядерной физики Института физики и
информационных технологий ДВГУ

ВЫБЕРЕТЕ ОДИН ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ:

1. (80%) ОПРЕДЕЛИТЕ ВИД УРАВНЕНИЯ, КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА
ЗАПИСИ КОТОРОГО ИМЕЕТ ВИД $u_{\eta\eta} = -f/\bar{a}_{22}$
1) параболическое
2) гиперболическое
3) эллиптическое
4) ультрагиперболическое
2. (80%) ОПРЕДЕЛИТЕ ВИД УРАВНЕНИЯ, КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА
ЗАПИСИ КОТОРОГО ИМЕЕТ ВИД $u_{\alpha\alpha} + u_{\beta\beta} = -f/\bar{a}_{12}$
1) параболическое
2) гиперболическое
3) эллиптическое
4) ультрагиперболический
3. (80%) ОПРЕДЕЛИТЕ ВИД УРАВНЕНИЯ, КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА
ЗАПИСИ КОТОРОГО ИМЕЕТ ВИД $u_{\alpha\alpha} - u_{\beta\beta} = -f/\bar{a}_{12}$
1) параболическое
2) гиперболическое
3) эллиптическое
4) ультрагиперболическое
4. (80%) ЕСЛИ ДИСКРИМИНАНТ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ
 $D = a_{12}^2 - a_{11}a_{22}$ РАВЕН НУЛЮ, ТО УРАВНЕНИЕ

$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + u_{yy} = f(u_x, u_y, u, x, y)$ ЯВЛЯЕТСЯ УРАВНЕНИЕМ

1) параболического типа

2) эллиптического типа

3) гиперболического типа

4) ультрагиперболический

5. (80%) ЕСЛИ ДИСКРИМИНАНТ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

$D = a_{12}^2 - a_{11}a_{22}$ БОЛЬШЕ НУЛЯ, ТО УРАВНЕНИЕ

$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + u_{yy} = f(u_x, u_y, u, x, y)$ ЯВЛЯЕТСЯ УРАВНЕНИЕМ

1) параболического типа

2) эллиптического типа

3) гиперболического типа

4) ультрагиперболический

6. (80%) ЕСЛИ ДИСКРИМИНАНТ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

$D = a_{12}^2 - a_{11}a_{22}$ МЕНЬШЕ НУЛЯ, ТО УРАВНЕНИЕ

$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + u_{yy} = f(u_x, u_y, u, x, y)$ ЯВЛЯЕТСЯ УРАВНЕНИЕМ

1) параболического типа

2) эллиптического типа

3) гиперболического типа

4) ультрагиперболический

7. (80%) ОДНОРОДНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПЕРВОГО РОДА

1) $u_x(0, t) = 0$

2) $u(0, t) = 0$

3) $u_t(0, t) = 0$

4) $u_t(x, 0) = 0$

8. (80%) ОДНОРОДНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ВТОРОГО РОДА

1) $u_x(0, t) = 0$

2) $u(0, t) = 0$

3) $u_t(0, t) = 0$

4) $u_t(x, 0) = 0$

9. (80%) НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

1) $u_x(x, 0) = 0$

2) $u(0, t) = 0$

3) $u(x, 0) = \varphi(x)$

4) $u_t(x, 0) = \psi(x)$

10. (80%) НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

1) $u_x(x, 0) = 0$

2) $u(x, t) = 0$

3) $u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x)$

4) $u_x(x, 0) + u(x, 0) = 0$

11. (80%) УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

1) $u_{tt} = a^2 \Delta u$

2) $\rho u_t = k \Delta u$

3) $\Delta u = 0$

4) $\rho u_{tt} = k u_{xx}$

12. (80%) ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

1) $u_{tt} = a^2 \Delta u$

2) $\rho u_t = k \Delta u$

3) $\Delta u = 0$

4) $\rho u_t = k u_{xx}$

13. (80%) УРАВНЕНИЕ ЛАПЛАСА

1) $u_{tt} = a^2 \Delta u$

2) $\rho u_t = k \Delta u$

3) $\Delta u = 0$

4) $\rho u_t = k u_{xx}$

14. (50%) ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЕМ ЯВЛЯЕТСЯ УРАВНЕНИЕ

1) $a_{11} dy^2 - 2a_{12} dx dy + a_{22} dx^2 = 0$

2) $a_{11} dy^2 + 2a_{12} dx dy + a_{22} dx^2 = 0$

3) $a_{11} dy^2 - a_{12} dx dy + a_{22} dx^2 = 0$

4) $2a_{11} dy^2 - a_{12} dx dy + a_{22} dx^2 = 0$

15. (80%) УРАВНЕНИЕ МАЛЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$

2) $\rho u_t = k \Delta u$

3) $\Delta u = 0$

4) $\rho u_t = k u_{xx}$

16. (80%) УРАВНЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЕЙ И СТРУН

1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$

2) $\rho u_t = k \Delta u$

3) $\Delta u = 0$

4) $\rho u_t = k u_{xx}$

17. (80%) УРАВНЕНИЕ МАЛЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕМБРАНЫ

1) $u_{tt} = a^2 (u_{xx} + u_{yy}) + f(x,t)$

2) $\rho u_t = k \Delta u$

3) $\Delta u = 0$

4) $\rho u_t = k u_{xx}$

18. (80%) УРАВНЕНИЕ ДИФФУЗИИ

1) $u_{tt} = a^2 \Delta u$

2) $\rho u_t = k \Delta u$

3) $\Delta u = 0$

4) $\rho u_{tt} = k u_{xx}$

19. (80%) ОДНОРОДНАЯ ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

1) $u_{tt} = a^2 u_{xx}; \quad u(x,0) = \varphi(x); \quad u_t(x,0) = \psi(x); \quad -\infty < x < \infty$

- 2) $\rho u_t = k \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $0 < x < \infty$
- 3) $\Delta u = 0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$

20. (80%) ОДНОРОДНАЯ ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

- 1) $u_{tt} = a^2 \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $0 < x < \infty$
- 2) $\rho u_t = u_{xx}$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $-\infty < x < \infty$
- 3) $\Delta u = 0$
- 3) $\Delta u = F(x,y,z)$

21. (80%) НЕОДНОРОДНАЯ ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

- 1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$ $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $-\infty < x < \infty$
- 2) $\rho u_t = k \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $0 < x < \infty$
- 3) $\Delta u = 0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$

22. (80%) НЕОДНОРОДНАЯ ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

- 1) $u_{tt} = a^2 \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $0 < x < \infty$
- 2) $\rho u_t = u_{xx} + f(x,t)$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $-\infty < x < \infty$
- 3) $\Delta u = 0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$

23. (80%) НЕОДНОРОДНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПЕРВОГО РОДА

- 1) $u_x(0,t) = v_1(t)$ $u_x(L,t) = v_2(t)$
- 2) $u(0,t) = \mu_1(t)$; $u(L,t) = \mu_2(t)$;
- 3) $u_t(0,t) = 0$
- 4) $u_t(x,0) = 0$

24. (80%) НЕОДНОРОДНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ВТОРОГО РОДА

- 1) $u_x(0,t) = v_1(t)$ $u_x(L,t) = v_2(t)$
- 2) $u(0,t) = \mu_1(t)$; $u(L,t) = \mu_2(t)$;
- 3) $u_t(0,t) = 0$
- 4) $u_t(x,0) = 0$

25. (60%) ОБЩАЯ ПЕРВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

- 1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$; $0 < x < l$ $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $u(0,t) = \mu_1(t)$;
 $u(l,t) = \mu_2(t)$.
- 2) $\rho u_t = k \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $0 < x < l$; $u(0,t) = \mu_1(t)$ $u(l,t) = \mu_2(t)$.
- 3) $\Delta u = 0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$

26. (60%) ОБЩАЯ ВТОРАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

- 1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$ $0 < x < l$ $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $u_x(0,t) = v_1(t)$;
 $u_x(l,t) = v_2(t)$.
- 2) $\rho u_t = k u_{xx}$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $0 < x < l$; $u(0,t) = v_1(t)$ / $u(l,t) = v_2(t)$.

- 3) $\Delta u=0$
- 4) $\Delta u= F(x,y,z)$

27. (80%) ОБЩАЯ ПЕРВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

- 1) $u_{tt}= a^2 u_{xx}+f(x,t)$ $0 < x < 1$ $u(x,0)= \varphi(x)$; $u_t(x,0)= \psi(x)$; $u(0,t)= \mu_1(t)$ $u(1,t)= \mu_2(t)$.
- 2) $u_t= a^2 u_{xx}+f(x,t)$; $0 < x < 1$ $u(x,0)= \varphi(x)$, ; $u(0,t)= \mu_1(t)$ $u(1,t)= \mu_2(t)$.
- 3) $\Delta u=0$
- 4) $\Delta u= F(x,y,z)$

28. (80%) ОБЩАЯ ВТОРАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

- 1) $u_{tt}= a^2 u_{xx}$; $0 < x < 1$ $u(x,0)= \varphi(x)$; $u_t(x,0)= \psi(x)$; $u(0,t)= \mu_1(t)$ $u(1,t)= \mu_2(t)$.
- 2) $u_t= a^2 u_{xx} +f(x,t)$; $0 < x < 1$ $u(x,0)= \varphi(x)$, ; $u_x(0,t)= v_1(t)$, $u_x(1,t)= v_2(t)$
- 3) $\Delta u=0$
- 4) $\Delta u= F(x,y,z)$

29. (20%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ ОРТОГОНАЛЬНЫ МЕЖДУ СОБОЙ С ВЕСОМ

- 1) a^2
- 2) 1
- 3) r

30. (20%) ФУНКЦИЯ БЕССЕЛЯ МНИМОГО АРГУМЕНТА

- 1) $J_\nu(ix)$
- 2) $J_\nu(x)$
- 3) $I_\nu(x)$

31. (50%) КОЛЕБАНИЯ КРУГЛОЙ МЕМБРАНЫ ОПИСЫВАЮТСЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ

- 1) Бесселя
- 2) Лежандра
- 3) Жуковского

32. (40%) ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ФОРМУЛЫ ДАЛАМБЕРА

- 1) суперпозиция двух волн, одна из которых распространяется направо со скоростью a , вторая - налево с той же скоростью.
- 2) отклонение двух волн
- 3) фазовая характеристика колебаний .
- 4) общий интеграл уравнения

33. (60%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ И НЕЙМАНА НУЛЕВОГО ПОРЯДКА ПРИ СТРЕМЛЕНИИ АРГУМЕНТА К НУЛЮ ВЕДУТ СЕБЯ ТАК

- 1) $J_0 \rightarrow 0$; $N_0 \rightarrow 0$
- 2) $J_0 \rightarrow 0$; $N_0 \rightarrow 1$
- 3) $J_0 \rightarrow 1$; $N_0 \rightarrow -\infty$
- 4) $J_0 \rightarrow 1$; $N_0 \rightarrow 0$

34. (30%) РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ СТРУНЫ ИМЕЕТ ВИД

- 1) $u_t(x,t)=f_1(x+at)+f_2(x-at)$
- 2) $u(x,t)=f_1(at)+f_2(at)$
- 3) $u(x,t)=f_1(x)+f_2(x)$
- 4) $u(x,t)=f_1(x+at)+f_2(x-at)$

35. (30%) ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

- 1) прямые $at=\text{const}$ $x-at=\text{const}$
- 2) прямые $x-at=\text{const}$, $x+at=\text{const}$
- 3) прямые $x=\text{const}$, $x+at=\text{const}$
- 4) прямые $x-at=\text{const}$, $at=\text{const}$

36. (30%) ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТЬЮ НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) координатная плоскость x .
- 2) плоскость состояний (x,t) .
- 3) плоскость, созданная областью изменения смещений.

37. (50%) НЕОДНОРОДНАЯ ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

- 1) $u_{tt}=a^2 u_{xx} + f(x,t)$; $u(x,0)=\varphi(x)$; $u_t(x,0)=\psi(x)$; $-\infty < x < \infty$
- 2) $\rho u_t = k \Delta u$; $u(x,0)=\varphi(x)$, $u_t(x,0)=\psi(x)$; $0 < x < \infty$
- 3) $\Delta u = 0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$

38. (60%) НЕОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧЕЙ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЯВЛЯЕТСЯ ЗАДАЧА

- 1) $u_{tt}=a^2 u_{xx}$; $u(x,0)=\varphi(x)$; $u_t(x,0)=\psi(x)$; $-\infty < x < \infty$
- 2) $\rho u_t = k u_{xx} + f(x,t)$; $u(x,0)=\varphi(x)$, $u_t(x,0)=\psi(x)$; $-\infty < x < \infty$
- 3) $\Delta u = 0$
- 4) $\Delta u = F(x,y,z)$

39-. (80%) ЗАДАЧА О КОЛЕБАНИЯХ НЕОГРАНИЧЕННОЙ СТРУНЫ РЕШАЕТСЯ

- 1) методом разделения переменных.
- 2) методом распространяющихся волн.
- 3) методом итерации.
- 4) метод последовательного приближения.

40. (60%) ЗАДАЧА О КОЛЕБАНИЯХ ОГРАНИЧЕННОЙ СТРУНЫ РЕШАЕТСЯ

- 1) методом разделения переменных.
- 2) методом распространяющихся волн.
- 3) методом итерации.
- 4) метод последовательного приближения.

41. (30%) ОБЩИЙ ИНТЕГРАЛ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ СТРУНЫ $U_{\xi\eta}(\xi,\eta)=0$ ИМЕЕТ ВИД

- 1) $U(\xi,\eta)=f_1(\xi) + f_2(\eta)$.

- 2) $U(\xi, \eta) = f_1(\xi, \eta) + f_2(\eta)$.
- 3) $U(\xi, \eta) = f_1(\xi^2) + f_2(\eta^2)$.
- 4) $U(\xi, \eta) = f(\xi + \eta)$
42. (70%) ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ ИЩЕМ РЕШЕНИЕ ПРЕДСТАВИМОЕ В ВИДЕ
- 1) произведения $u(x, t) = X(x)T(t)$
 - 2) суммы $u(x, t) = X(x) + T(t)$
 - 3) произведения $u(x, t) = X(x^2)T(t^2)$
 - 4) произведения $u(x, t) = X(x+t)T(x-t)$
43. (80%) ЗАДАЧЕЙ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ НАЗЫВАЕТСЯ ЗАДАЧА
- 1) $X''(x) + \lambda X(x) = 0; X(0) = X(L) = 0$
 - 2) $T''(t) + a^2 \lambda T(t) = 0$
 - 3) $u_{tt} = a^2 u_{xx}; u(x, 0) = \varphi(x); u_t(x, 0) = \psi(x)$.
 - 4) $u_{tt} = a^2 u_{xx}; u(0, t) = 0; u(L, t) = 0$.
44. (80%) СОБСТВЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ НАЗЫВАЮТ
- 1) те значения параметра λ , при которых существуют нетривиальные решения задачи
 - 2) значения параметра λ
 - 3) нетривиальные решения уравнения.
 - 4) любые решения уравнения, соответствующие граничным условиям.
45. (80%) СОБСТВЕННЫМИ ФУНКЦИЯМИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ НАЗЫВАЮТ
- 1) те значения параметра λ , при которых существуют нетривиальные решения задачи
 - 2) значения параметра λ
 - 3) соответствующие собственным значения нетривиальные решения задачи.
 - 5) любые решения уравнения.
46. (20%) СОБСТВЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ $X''(x) + \lambda X(x) = 0; X(0) = X(L) = 0$ ЯВЛЯЮТСЯ
- 1) $\lambda = (n\pi/2L)^2$
 - 2) $\lambda = (2n\pi/L)^2$
 - 3) $\lambda = (n\pi/L)^2$
 - 4) $\lambda = (n\pi/L)$
47. (20%) СОБСТВЕННЫМИ ФУНКЦИЯМИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ $X''(x) + \lambda X(x) = 0; X(0) = X(L) = 0$ ЯВЛЯЮТСЯ
- 1) $X(x) = \sin(n\pi x/L)$
 - 2) $X(x) = \cos(n\pi x/L)$
 - 3) $X(x) = \operatorname{tg}(n\pi x/L)$
 - 4) $X(x) = \operatorname{ctg}(n\pi x/L)$
48. (20%) СОБСТВЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ $X''(x) + \lambda X(x) = 0; X'(0) = X'(L) = 0$ ЯВЛЯЮТСЯ
- 1) $\lambda = (n\pi/2L)^2$

- 2) $\lambda=(2n\pi/L)^2$
- 3) $\lambda=(n\pi/L)^2$
- 4) $\lambda=(n\pi/L)$

49. (20%) СОБСТВЕННЫМИ ФУНКЦИЯМИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ $X''(x)+\lambda X(x)=0$; $X'(0)=X'(L)=0$ ЯВЛЯЮТСЯ

- 1) $X(x)=\sin(n\pi x/L)$
- 2) $X(x)=\cos(n\pi x/L)$
- 3) $X(x)=\operatorname{tg}(n\pi x/L)$
- 4) $X(x)=\operatorname{ctg}(n\pi x/L)$

50. (80%) ДЛЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) $\lambda>0$
- 2) $\lambda<0$
- 3) $\lambda=0$
- 4) $\lambda\geq 0$

51. (30%) ДЛЯ ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) $\lambda>0$
- 2) $\lambda<0$
- 3) $\lambda=0$
- 4) $\lambda\geq 0$

52. (50%) СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ $X''(x)+\lambda X(x)=0$; $X(0)=X(L)=0$

- 1) ортогональны между собой с весом равным 1
- 2) ортогональны между собой с весом равным x
- 3) ортогональны между собой с весом равным x^2
- 4) не ортогональны между собой

53. (30%) КВАДРАТ НОРМЫ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ $X''(x)+\lambda X(x)=0$; $X(0)=X(L)=0$ РАВЕН

- 1) 1
- 2) x
- 3) x^2
- 4) $L/2$

54. (80%) ПРОИЗВОЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ $F(x)$, ДВАЖДЫ НЕПРЕРЫВНО ДИФФЕРЕНЦИРУЕМАЯ И УДОВЛЕТВОРЯЮЩАЯ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЯМ $F(0)=F(L)=0$ РАЗЛАГАЕТСЯ

- 1) в равномерно и абсолютно сходящийся ряд по собственным функциям задачи Штурма –Лиувилля $X_n(x)$
- 2) в ряд по собственным значениям задачи
- 3) в ряд по $\cos x$
- 4) в равномерно и абсолютно сходящийся ряд по $\sin x$

55. (30%) СУЩЕСТВУЕТ

- 1) счетное множество собственных значений задачи Штурма –Лиувилля
- 2) несчетное множество собственных значений задачи Штурма –Лиувилля
- 3) бесконечное множество собственных значений задачи Штурма –Лиувилля

56. (20%) ЗАВИСИМОСТЬ РЕШЕНИЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ОТ ВРЕМЕНИ

- 1) $T_n(t) = A_n \cos(a \lambda^{1/2} t) + B_n \sin(a \lambda^{1/2} t)$
- 2) $T_n(t) = A_n \cos t + B_n \sin t$
- 3) $T_n(t) = A_n \exp(-a^2 n \pi t / l)$
- 4) $T_n(t) = A_n \exp(-a^2 n \pi t / l) + B_n \exp(a^2 n \pi t / l)$

57. (20%) ЗАВИСИМОСТЬ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ

- 1) $T_n(t) = A_n \cos(a n \pi t / l) + B_n \sin(a n \pi t / l)$
- 2) $T_n(t) = A_n \cos t + B_n \sin t$
- 3) $T_n(t) = A_n \exp(-a^2 \lambda t)$
- 4) $T_n(t) = A_n \exp(-a^2 n \pi t / l) + B_n \exp(a^2 n \pi t / l)$

58. (50%) УРАВНЕНИЕМ БЕССЕЛЯ ν -ГО ПОРЯДКА НАЗЫВАЮТ УРАВНЕНИЕ

- 1) $x^2 y'' + x y' + (x^2 - \nu^2) y(x) = 0$
- 2) $y'' + x y' + (x^2 - \nu^2) y(x) = 0$
- 3) $x^2 y'' + (x^2 - \nu^2) y(x) = 0$
- 4) $x^2 y'' + x y' + \nu^2 y(x) = 0$

59. (50%) РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ $x^2 y'' + x y' + (x^2 - \nu^2) y(x) = 0$ МОЖЕТ БЫТЬ ЗАПИСАНО В ВИДЕ

- 1) $y(x) = C_1 J_\nu(x) + C_2 J_{-\nu}(x)$
- 2) $y(x) = C_1 P_\nu(x)$
- 3) $y(x) = C_2 L_\nu(x)$
- 4) $y(x) = C_1 J_0(x) + C_2 J_{-1}(x)$

60. (50%) РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ $y'' + 1/x \cdot y' + y(x) = 0$ МОЖЕТ БЫТЬ ЗАПИСАНО В ВИДЕ

- 1) $y(x) = C_1 J_0(x) + C_2 N_0(x)$
- 2) $y(x) = C_1 P_0(x)$
- 3) $y(x) = C_2 L_0(x)$
- 4) $y(x) = C_1 J_n(x) + C_2 N_n(x)$

61. (40%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ $J_\nu(x)$ ЯВЛЯЮТСЯ

- 1) ограниченными функциями
- 2) неограниченными функциями
- 3) возрастающими функциями
- 4) разрывными функциями

62. (70%) ФУНКЦИЯ БЕССЕЛЯ $J_0(x)$ ПРИ $x=0$ РАВНА

- 1) 0
- 2) 1
- 3) 2
- 4) ∞

63. (80%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ $J_\nu(x)$ ПРИ $\nu > 0$ В ТОЧКЕ $x=0$ РАВНЫ

- 1) 1

- 2) $\frac{0}{\infty}$
 3) ∞
 4) 2

64. (30%) РЕКУРРЕНТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ

- 1) $J_{v+1}(x) = 2v/x \cdot J_v(x)$.
 2) $J_{v+1}(x) + J_{v-1}(x) = 2v/x \cdot J_v(x)$.
 3) $J_{v-1}(x) = 2v/x \cdot J_v(x)$.
 4) $J_{v+1}(x) + J_{v-1}(x) = J_v(x)$.

65. (30%) РЕКУРРЕНТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ

- 1) $J_{v+1}(x) = 2v/x \cdot J_v(x)$.
 2) $J_{v+1}(x) - J_{v-1}(x) = -2 \cdot J_v'(x)$.
 3) $J_{v-1}(x) = 2v/x \cdot J_v(x)$.
 4) $J_{v+1}(x) + J_{v-1}(x) = J_v(x)$

66. (30%) ИЗ РЕКУРРЕНТНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ ПОЛУЧАЕМ

- 1) $J_0'(x) = -J_1(x)$
 2) $J_0(x) = -J_1(x)$
 3) $J_0'(x) = -J_2(x)$
 4) $J_0(x) = -J_1(x)$

67. (30%) ИЗ РЕКУРРЕНТНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ ПОЛУЧАЕМ

- 1) $[xJ_1(x)]' = x \cdot J_0(x)$
 2) $[J_1(x)]' = J_0(x)$
 3) $[x^2 J_1(x)]' = x^2 \cdot J_0(x)$
 4) $J_0(x) = -J_1(x)$

68. (30%) ФУНКЦИЯ БЕССЕЛЯ ПОЛУЦЕЛОГО ПОРЯДКА $J_{1/2}(x)$ РАВНА

- 1) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin x$
 2) $[2/\pi]^{1/2} \cdot \sin x$
 3) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin 2x$
 4) $2/\pi x \cdot \sin x$

69. (30%) ФУНКЦИЯ БЕССЕЛЯ ПОЛУЦЕЛОГО ПОРЯДКА $J_{-1/2}(x)$ РАВНА

- 1) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \cos x$
 2) $[2/\pi]^{1/2} \cdot \sin x$
 3) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin 2x$
 4) $2/\pi x \cdot \sin x$

70. (30%) АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ

- $J_v(x)$
 1) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \cos(x - \pi v/2 - \pi/4) + \dots$
 2) $[2/\pi]^{1/2} \cdot \sin(x - \pi v/2 - \pi/4) + \dots$
 3) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin 2x$
 4) $2/\pi x \cdot \sin(x - \pi/4)$

71. (30%) АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ФУНКЦИИ НЕЙМАНА $N_\nu(x)$

- 1) $\cos(x - \pi\nu/2 - \pi/4) + \dots$
- 2) $\frac{[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin(x - \pi\nu/2 - \pi/4) + \dots}{[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin 2x}$
- 3) $\frac{[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin 2x}{2/\pi x \cdot \sin(x - \pi/4)}$
- 4) $2/\pi x \cdot \sin(x - \pi/4)$

72. (40%) ПЕРВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕССЕЛЯ

- 1) $[rR'] + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$
- 2) $r[rR']' + n^2R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$
- 3) $r[rR']' + (\lambda - n^2)R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$
- 4) $r[rR']' + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$

73. (40%) ВТОРАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕССЕЛЯ

- 1) $[rR'] + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$
- 2) $r[rR']' + n^2R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$
- 3) $r[rR']' + (\lambda - n^2)R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$
- 4) $r[rR']' + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0; R'(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$

74. (20%) РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕССЕЛЯ $r[rR']' + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$

ИМЕЕТ ВИД

- 1) $R(r) = A J_n(\mu_m^{(n)} r/r_0).$
- 2) $R(r) = A N_n(\mu_m^{(n)} r/r_0).$
- 3) $R(r) = A J_n(\mu_m^{(n)} r/r_0) + B N_n(\mu_m^{(n)} r/r_0)$
- 4) $R(r) = A J_0(\mu_m^{(0)} r/r_0).$

75. (20%) РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕССЕЛЯ $[rR']' + \lambda rR(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0.$

ИМЕЕТ ВИД:

- 1) $R(r) = A J_n(\mu_m^{(n)} r/r_0).$
- 2) $R(r) = A N_n(\mu_m^{(n)} r/r_0).$
- 3) $R(r) = A J_n(\mu_m^{(n)} r/r_0) + B N_n(\mu_m^{(n)} r/r_0)$
- 4) $R(r) = A J_0(\mu_m^{(0)} r/r_0).$

76. (20%) СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕССЕЛЯ $r[rR']' + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0$ РАВНЫ:

- 1) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]^2; J_n(\mu_m^{(n)}) = 0.$
- 2) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]^{1/2}; J_n(\mu_m^{(n)}) = 0$
- 3) $\lambda_0 = [\mu_m^{(0)}/r_0]; J_0(\mu_m^{(0)}) = 0$
- 4) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]; J_n(\mu_m^{(n)}) = 0$

77. (20%) СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕССЕЛЯ $[rR']' + \lambda rR(r) = 0; R(r_0) = 0; |R(0)| < \infty; 0 \leq r < r_0$ РАВНЫ:

- 1) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]^2; J_n(\mu_m^{(n)}) = 0.$
- 2) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]^{1/2}; J_n(\mu_m^{(n)}) = 0.$
- 3) $\lambda_0 = [\mu_m^{(0)}/r_0]^2; J_0(\mu_m^{(0)}) = 0.$
- 4) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]; J_n(\mu_m^{(n)}) = 0.$

78. (30%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ $J_\nu(x)$, $J_{-\nu}(x)$ ПРИ ЦЕЛЫХ ν ЯВЛЯЮТСЯ
- 1) линейно независимыми функциями
 - 2) линейно зависимыми функциями
 - 3) ортогональными функциями
 - 4) неограниченными функциями
79. (20%) СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕССЕЛЯ $[rR]'' + \lambda rR(r)=0$; $R'(r_0)=0$; $|R(0)| < \infty$; $0 \leq r < r_0$ РАВНЫ:
- 1) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]^2$; $J_n(\mu_m^{(n)})=0$.
 - 2) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]^{1/2}$; $J_n(\mu_m^{(n)})=0$.
 - 3) $\lambda_0 = [\mu_m^{(0)}/r_0]^2$; $J_0'(\mu_m^{(0)})=0$.
 - 4) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]$; $J_n(\mu_m^{(n)})=0$.
80. (20%) СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЕССЕЛЯ $r[rR]'' + (\lambda r^2 - n^2)R(r)=0$; $R'(r_0)=0$; $|R(0)| < \infty$; $0 \leq r < r_0$ РАВНЫ:
- 1) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]^2$; $J_n'(\mu_m^{(n)})=0$.
 - 2) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]^{1/2}$; $J_n(\mu_m^{(n)})=0$
 - 3) $\lambda_0 = [\mu_m^{(0)}/r_0]$; $J_0(\mu_m^{(0)})=0$
 - 4) $\lambda_n = [\mu_m^{(n)}/r_0]$; $J_n(\mu_m^{(n)})=0$
81. (30%) ПЕРВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
- 1) $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t)$; $u(x,0) = \varphi(x)$; $u_t(x,0) = \psi(x)$; $-\infty < x < \infty$
 - 2) $\rho u_t = k \Delta u$; $u(x,0) = \varphi(x)$, $u_t(x,0) = \psi(x)$; $0 < x < \infty$
 - 3) $\Delta u(x,y,z)=0$; в области D ; $u(x,y,z)=f(x,y,z)$ на поверхности S
 - 4) $\Delta u = F(x,y,z)$
82. (80%) ГАММА-ФУНКЦИЯ ОБЛАДАЕТ СВОЙСТВОМ
- 1) $\Gamma(n+1) = n \Gamma(n)$
 - 2) $\Gamma(n) = (n-1) \Gamma(n)$
 - 3) $\Gamma(n-1) = n \Gamma(n)$
 - 4) $\Gamma(n+1) = (n+1) \Gamma(n)$
83. (40%) ГАММА-ФУНКЦИЯ ИМЕЕТ ПОЛЮСА ПЕРВОГО ПОРЯДКА В ТОЧКАХ
- 1) $n=0, -1, -2, \dots$
 - 2) $n = -1, -2, -3, \dots$
 - 3) $n=1, 2, 3, \dots$
 - 4) $n=0, 1, 2, 3, \dots$
84. (80%) ГАММА-ФУНКЦИЯ ОБЛАДАЕТ СВОЙСТВОМ
- 1) $\Gamma(n+1) = n!$
 - 2) $\Gamma(n) = (n-1) \Gamma(n)$
 - 3) $\Gamma(n) = n!$
 - 4) $\Gamma(n+1) = (n+1) \Gamma(n)$
85. (80%) ГАММА-ФУНКЦИЯ

- 1) обращается в нуль в точке $z=0$.
- 2) не имеет нулей.
- 3) имеет счетное число нулей.
- 4) имеет один нуль

86. (50%) ФУНКЦИЕЙ НЕЙМАНА ν -ГО ПОРЯДКА НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) $N_\nu(x) = [J_\nu(x)\cos\pi\nu - J_{-\nu}(x)] / \sin\pi\nu$
- 2) $N_\nu(x) = [J_\nu(x)\cos\pi\nu - J_{-\nu}(x)]$
- 3) $N_\nu(x) = [J_\nu(x)\cos\pi\nu - J_{-\nu}(x)] / \cos\pi\nu$
- 4) $N_\nu(x) = [J_\nu(x)\cos\pi\nu + J_{-\nu}(x)] / \sin\pi\nu$

87. (60%) ФУНКЦИЯ ХАНКЕЛЯ ПЕРВОГО РОДА ν -ГО ПОРЯДКА СВЯЗАНА С ФУНКЦИЯМИ НЕЙМАНА И БЕССЕЛЯ СЛЕДУЮЩИМ СООТНОШЕНИЕМ

- 1) $H_\nu^{(1)}(x) = J_\nu(x) - iN_\nu(x)$
- 2) $H_\nu^{(1)}(x) = J_\nu(x) + iN_\nu(x)$
- 3) $H_\nu^{(1)}(x) = J_{\nu+1}(x) + iN_{\nu+1}(x)$
- 4) $H_\nu^{(1)}(x) = J_\nu(x)N_\nu(x)$

88. (60%) ФУНКЦИЯ ХАНКЕЛЯ ВТОРОГО РОДА ν -ГО ПОРЯДКА СВЯЗАНА С ФУНКЦИЯМИ НЕЙМАНА И БЕССЕЛЯ СЛЕДУЮЩИМ СООТНОШЕНИЕМ

- 1) $H_\nu^{(2)}(x) = J_\nu(x) - iN_\nu(x)$
- 2) $H_\nu^{(2)}(x) = J_\nu(x) + iN_\nu(x)$
- 3) $H_\nu^{(2)}(x) = J_{\nu+1}(x) + iN_{\nu+1}(x)$
- 4) $H_\nu^{(2)}(x) = J_\nu(x)N_\nu(x)$

89. (50%) АСИМПТОТИКА ФУНКЦИИ ХАНКЕЛЯ ПЕРВОГО РОДА ν -ГО ПОРЯДКА ИМЕЕТ ВИД

- 1) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \exp i(x - \pi\nu/2 - \pi/4) + \dots$
- 2) $[2/\pi]^{1/2} \cdot \sin(x - \pi\nu/2 - \pi/4) + \dots$
- 3) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin 2x$
- 4) $2/\pi x \cdot \sin(x - \pi/4)$

90. (50%) АСИМПТОТИКА ФУНКЦИИ ХАНКЕЛЯ ВТОРОГО РОДА ν -ГО ПОРЯДКА ИМЕЕТ ВИД

- 1) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \exp(x - \pi\nu/2 - \pi/4) + \dots$
- 2) $[2/\pi]^{1/2} \cdot \sin(x - \pi\nu/2 - \pi/4) + \dots$
- 3) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \sin 2x$
- 4) $[2/\pi x]^{1/2} \cdot \exp[-i(x - \pi\nu/2 - \pi/4)] + \dots$

91. (20%) ФУНКЦИЯ ХАНКЕЛЯ ПЕРВОГО РОДА ν -ГО ПОРЯДКА СВЯЗАНА С ФУНКЦИЯМИ БЕССЕЛЯ $J_\nu(x)$, $J_{-\nu}(x)$ СЛЕДУЮЩИМ СООТНОШЕНИЕМ

- 1) $H_\nu^{(1)}(x) = J_\nu(x) - iN_\nu(x)$
- 2) $H_\nu^{(1)}(x) = [J_\nu(x)\cos\pi\nu - J_{-\nu}(x)] / \sin\pi\nu$
- 3) $H_\nu(x) = [J_\nu(x)\cos\pi\nu + J_{-\nu}(x)] / \sin\pi\nu$
- 4) $H_\nu^{(1)}(x) = i[J_\nu(x)\exp(-i\pi\nu) - J_{-\nu}(x)] / \sin\pi\nu$

92. (30%) ФУНКЦИЯ ХАНКЕЛЯ ВТОРОГО РОДА ν -ГО ПОРЯДКА СВЯЗАНА С ФУНКЦИЯМИ БЕССЕЛЯ $J_\nu(x)$, $J_{-\nu}(x)$ СЛЕДУЮЩИМ СООТНОШЕНИЕМ

- 1) $H_\nu^{(2)}(x) = J_\nu(x) - iN_\nu(x)$
- 2) $H_\nu^{(2)}(x) = [J_\nu(x)\cos\pi\nu - J_{-\nu}(x)] / \sin\pi\nu$
- 3) $H_\nu(x) = [J_\nu(x)\cos\pi\nu + J_{-\nu}(x)] / \sin\pi\nu$
- 4) $H_\nu^{(2)}(x) = -i[J_\nu(x)\exp(i\pi\nu) - J_{-\nu}(x)] / \sin\pi\nu$

93. (40%) КВАДРАТ НОРМЫ ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ ДЛЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ $J_n(\mu^{(n)}_m) = 0$ РАВНА

- 1) $[J_n(\mu^{(n)}_m)]^2 r_0^2 / 2$
- 2) $[J_n'(\mu^{(n)}_m)]^2 r_0^2 / 2$
- 3) $[J_n(\mu^{(n)}_m)]^2 [1 - n^2 (\mu^{(n)}_m)^{-2}] r_0^2 / 2$
- 4) $[J_n'(\mu^{(n)}_m)]^2$

94. (40%) КВАДРАТ НОРМЫ ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ ДЛЯ ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ $J_n'(\mu^{(n)}_m) = 0$ РАВНА

- 1) $[J_n(\mu^{(n)}_m)]^2 r_0^2 / 2$
- 2) $[J_n'(\mu^{(n)}_m)]^2 r_0^2 / 2$
- 3) $[J_n(\mu^{(n)}_m)]^2 [1 - n^2 (\mu^{(n)}_m)^{-2}] r_0^2 / 2$
- 4) $[J_n'(\mu^{(n)}_m)]^2$

95. (40%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ ν -ГО ПОРЯДКА СВЯЗАНА С ФУНКЦИЕЙ БЕССЕЛЯ МНИМОГО АРГУМЕНТА СЛЕДУЮЩИМ СООТНОШЕНИЕМ

- 1) $J_\nu(ix) = I_\nu(x)$
- 2) $J_\nu(ix) = i^\nu I_\nu(x)$
- 3) $J_\nu(ix) = (-1)^\nu I_\nu(x)$
- 4) $J_\nu(ix) = i^{-2\nu} I_\nu(x)$

96. 60%) ФУНКЦИЯ БЕССЕЛЯ МНИМОГО АРГУМЕНТА $I_\nu(x)$ ЯВЛЯЕТСЯ

- 1) монотонно убывающей
- 2) монотонно возрастающей
- 3) осциллирующей
- 4) разрывной

97. (60%) ФУНКЦИЯ МАКДОНАЛЬДА $K_\nu(x)$ ЯВЛЯЕТСЯ

- 1) монотонно убывающей
- 2) монотонно возрастающей
- 4) осциллирующей
- 4) разрывной

98. (40%) ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ МНИМОГО АРГУМЕНТА ЯВЛЯЮТСЯ РЕШЕНИЯМИ УРАВНЕНИЯ

- 1) $x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y(x) = 0$
- 2) $y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y(x) = 0$
- 3) $x^2 y'' + (x^2 - \nu^2)y(x) = 0$
- 4) $x^2 y'' + xy' - (x^2 + \nu^2)y(x) = 0$

99. (80%) УРАВНЕНИЕ ЛЕЖАНДРА

- 1) $[(1-x^2)y'(x)]' + \lambda y(x) = 0$

- 2) $y''(x) - 2x y'(x) + \lambda y(x) = 0$
- 3) $x y''(x) + (1-x) y'(x) + \lambda y(x) = 0$
- 4) $y''(x) - 2x y'(x) + [\lambda - m^2/(1-x^2)] y(x) = 0$

100. (80%) УРАВНЕНИЕ ПРИСОЕДИНЕННЫХ ФУНКЦИЙ ЛЕЖАНДРА

- 1) $[(1-x^2)y'(x)]' + \lambda y(x) = 0$
- 2) $y''(x) - 2x y'(x) + \lambda y(x) = 0$
- 3) $x y''(x) + (1-x) y'(x) + \lambda y(x) = 0$
- 4) $y''(x) - 2x y'(x) + [\lambda - m^2/(1-x^2)] y(x) = 0$

101. (80%) УРАВНЕНИЕ ЧЕБЫШЕВА-ЭРМИТА

- 1) $[(1-x^2)y'(x)]' + \lambda y(x) = 0$
- 2) $y''(x) - 2x y'(x) + \lambda y(x) = 0$
- 3) $x y''(x) + (1-x) y'(x) + \lambda y(x) = 0$
- 4) $y''(x) - 2x y'(x) + [\lambda - m^2/(1-x^2)] y(x) = 0$

102. (80%) УРАВНЕНИЕ ЧЕБЫШЕВА-ЛАГЕРРА

- 1) $[(1-x^2)y'(x)]' + \lambda y(x) = 0$
- 2) $y''(x) - 2x y'(x) + \lambda y(x) = 0$
- 3) $x y''(x) + (1-x) y'(x) + \lambda y(x) = 0$
- 4) $y''(x) - 2x y'(x) + [\lambda - m^2/(1-x^2)] y(x) = 0$

103. (80%) НЕТРИВИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕБЫШЕВА-ЭРМИТА $y''(x) - 2x y'(x) + \lambda y(x) = 0$; $-\infty < x < \infty$ СУЩЕСТВУЮТ

- 1) при $\lambda = 2n$; $y(x) = H_n(x)$
- 2) при $\lambda = n$; $y(x) = L_n(x)$
- 3) при $\lambda = n(n+1)$; $y(x) = P_n(x)$
- 4) при $\lambda = n(n+1)$; $y(x) = P_n^{(m)}(x)$

104. (80%) НЕТРИВИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕБЫШЕВА-ЛАГЕРРА

$x y''(x) + (1-x) y'(x) + \lambda y(x) = 0$; $0 < x < \infty$ СУЩЕСТВУЮТ

- 1) при $\lambda = 2n$; $y(x) = H_n(x)$
- 2) при $\lambda = n$; $y(x) = L_n(x)$
- 3) при $\lambda = n(n+1)$; $y(x) = P_n(x)$
- 4) при $\lambda = n(n+1)$; $y(x) = P_n^{(m)}(x)$

105. (80%) НЕТРИВИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛЕЖАНДРА

$[(1-x^2)y'(x)]' + \lambda y(x) = 0$; $-1 \leq x \leq 1$, СУЩЕСТВУЮТ

- 1) при $\lambda = 2n$; $y(x) = H_n(x)$
- 2) при $\lambda = n$; $y(x) = L_n(x)$
- 3) при $\lambda = n(n+1)$; $y(x) = P_n(x)$
- 4) при $\lambda = n(n+1)$; $y(x) = P_n^{(m)}(x)$

106. (80%) НЕТРИВИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПРИСОЕДИНЕННЫХ ФУНКЦИЙ ЛЕЖАНДРА

$y''(x) - 2x y'(x) + [\lambda - m^2/(1-x^2)] y(x) = 0$;

$-1 \leq x \leq 1$, СУЩЕСТВУЮТ ПРИ

- 1) $\lambda = 2n$; $y(x) = H_n(x)$
- 2) $\lambda = n$; $y(x) = L_n(x)$

- 3) $\lambda=n(n+1); y(x)=P_n(x)$
- 4) $\lambda=n(n+1); y(x)=P_n^{(m)}(x)$

107. (50%) СФЕРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ЯВЛЯЮТСЯ ФУНКЦИИ:

- 1) $Y_n^{(m)}(\theta, \varphi)=P_n^{(m)}(\cos\theta)\sin m\varphi; Y_n^{(-m)}(\theta, \varphi)=P_n^{(m)}(\cos\theta)\cos m\varphi$
- 2) $Y_n^{(-m)}(\theta, \varphi)=P_n^{(m)}(\cos\theta)$
- 3) $Y_n^{(-m)}(\theta, \varphi)=\sin m\varphi; Y_n^{(m)}(\theta, \varphi)=\cos m\varphi$
- 4) $Y_n^{(m)}(\theta, \varphi)=\cos m\varphi$

108. (50%) СФЕРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЯВЛЯЮТСЯ СОБСТВЕННЫМИ ФУНКЦИЯМИ УРАВНЕНИЯ

- 1) $\Delta_{\theta\varphi}Y+\lambda Y(\theta, \varphi)=0;$
- 2) $y''(x)-2x y'(x)+[\lambda-m^2/(1-x^2)] y(x)=0;$
- 3) $y''(x)-2x y'(x)+\lambda y(x)=0;$
- 4) $[(1-x^2)y'(x)]' +\lambda y(x)=0$

109. (80%) НЕТРИВИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ СФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ $\Delta_{\theta\varphi}Y+\lambda Y(\theta, \varphi)=0$ СУЩЕСТВУЮТ ПРИ

- 1) $\lambda=2n; y(x)=H_n(x)$
- 2) $\lambda=n; y(x)=L_n(x)$
- 3) $\lambda=n(n+1); y(x)=P_n(x)$
- 4) $\lambda=n(n+1); Y(x)=Y_n(x)$

110. (30%) КВАДРАТ НОРМЫ ПОЛИНОМОВ ЛЕЖАНДРА РАВЕН:

- 1) n
- 2) $2/(2n+1)$
- 3) $n(n+1)$
- 4) $n/(n+1)$

ВЫБЕРИТЕ ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ

111 (30%) ПОЛИНОМЫ ЛЕЖАНДРА $P_n(x)$ ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ:

- 1) обращаются в нуль только при $x=0$;
- 2) являются собственными функциями уравнения Лежандра;
- 3) на отрезке $[-1, 1]$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) неограниченно возрастают при стремлении x к 0
- 6) ортogonalны между собой на отрезке $[-1, 1]$ с весом равным 1;

112. (30%) ПОЛИНОМЫ ЧЕБЫШЕВА-ЭРМИТА $H_n(x)$ ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ:

- 1) обращаются в нуль только при $x=0$;
- 2) являются собственными функциями уравнения $y''(x)-2x y'(x)+\lambda y(x)=0$; на промежутке $-\infty < x < \infty$;
- 3) на промежутке $-\infty < x < \infty$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) возрастают при $x \rightarrow \infty$ не быстрее, чем конечная степень x ;
- 6) ортogonalны между собой на отрезке $(-\infty, \infty)$ с весом равным $\exp\{-x^2\}$;

113. (30%) ПОЛИНОМЫ ЧЕБЫШЕВА-ЛАГЕРРА $L_n(x)$ ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ:

- 1) обращаются в нуль только при $x=0$;
- 2) являются собственными функциями уравнения $x y''(x) + (1-x) y'(x) + \lambda y(x) = 0$; $0 < x < \infty$; на промежутке $0 < x < \infty$;
- 3) на промежутке $0 < x < \infty$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) возрастают при $x \rightarrow \infty$ не быстрее, чем конечная степень x ;
- 6) ортogonalны между собой на отрезке $(0, \infty)$ с весом равным $\exp\{-x\}$;

114. (30%) ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ $J_n(\mu^{(n)}_m r/r_0)$ ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ

- 1) обращаются в нуль в точке $r=0$ при $n>0$;
- 2) являются собственными функциями уравнения $r[rR']' + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0$; $R(r_0) = 0$; $|R(0)| < \infty$; $0 \leq r < r_0$;
- 3) на промежутке $0 < x < \infty$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) возрастают при $x \rightarrow \infty$ не быстрее, чем конечная степень x ;
- 6) ортogonalны между собой на отрезке $(0, r_0)$ с весом равным r ;

115. (30%) ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ n -ГО ПОРЯДКА ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ

- 1) обращаются в нуль в точке $r=0$;
- 2) являются собственными функциями уравнения $r[rR']' + (\lambda r^2 - n^2)R(r) = 0$; $R(r_0) = 0$; $|R(0)| < \infty$; $0 \leq r < r_0$;
- 3) на промежутке $0 < x < \infty$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) возрастают при $x \rightarrow \infty$ не быстрее, чем конечная степень x ;
- 6) ортogonalны между собой на отрезке $(0, r_0)$ с весом равным r ;

116. (30%) СФЕРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ n -ГО ПОРЯДКА ОБЛАДАЮТ СЛЕДУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ

- 1) является разрывной функцией
- 2) являются собственными функциями уравнения $\Delta_{\theta\varphi} Y + \lambda Y(\theta, \varphi) = 0$;
- 3) на промежутке $-1 < x < 1$ имеют n нулей
- 4) являются ограниченными функциями
- 5) возрастают при $x \rightarrow \infty$ не быстрее, чем конечная степень x ;
- 6) ортogonalны между собой на сфере

УПОРЯДОЧИТЕ ПО ПОРЯДКУ ВЫПОЛНЕНИЯ

117. (30%) ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВОЛН НЕОБХОДИМО:

- (5) найти общее решение уравнения;
- (2) решить характеристические уравнения;
- (1) составить характеристические уравнения;
- (3) ввести новые переменные;
- (4) привести уравнение к каноническому виду;

118. (50%) ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ НЕОБХОДИМО:

- (5) записать решение уравнения в виде ряда;
- (2) получить задачу Штурма-Лиувилля;
- (1) представить решение в виде произведения двух функций, одна из которых зависит от координат, а другая от времени;
- (3) получить собственные значения и собственные функции задачи;
- (4) решить уравнение для временной части задачи;
- (6) найти коэффициенты ряда из начальных условий;

119. (50%) ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ НЕОБХОДИМО:

- (5) получить уравнение для временной части решения;
- (2) получить задачу Штурма-Лиувилля;
- (1) представить решение в виде произведения двух функций, одна из которых зависит от координат, а другая от времени;
- (3) получить собственные значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля ;
- (4) решение уравнения и неоднородность разложить в ряд по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля;
- (6) решить полученное неоднородное дифференциальное уравнение;

120. (50%) ДЛЯ ОПИСАНИЯ МАЛЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ НЕОБХОДИМО:

- (2) сформулировать начальные и граничные условия задачи;
- (1) записать уравнение малых поперечных колебаний струны;
- (4) провести анализ решения
- (3) решить полученную краевую задачу;